

**LABORATORIUM TERMODYNAMIKI
INSTYTUTU TECHNIKI CIEPLNEJ I MECHANIKI PŁYNÓW
WYDZIAŁ MECHANICZNO-ENERGETYCZNY
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ**

INSTRUKCJA LABORATORYJNA

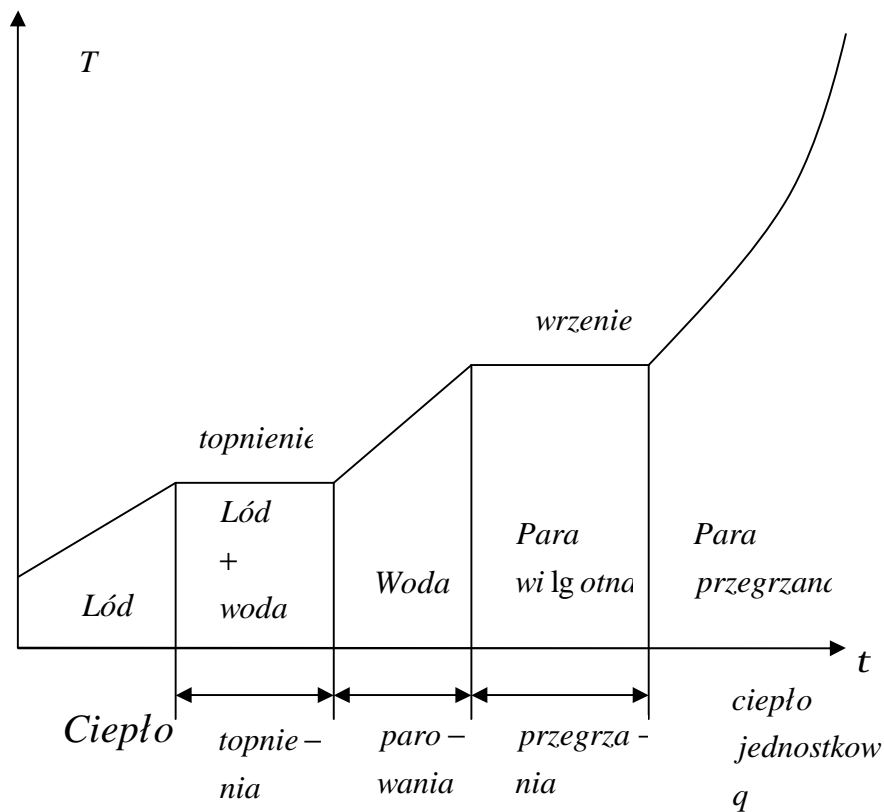
Temat ćwiczenia 20

**Wyznaczanie ciepła właściwego lodu c_{pL} i ciepła
topnienia lodu c_L**

WROCŁAW 2010r

I. Wprowadzenie

1. Ciepło właściwe lodu i ciepło topnienia lodu wyznaczymy metodą kalorymetryczną sporządzając odpowiedni bilans cieplny.
2. W bilansie cieplnym ujmujemy zjawiska przemiany fazowej wody krzepnięcie – topnienie rys.1.



Rys.1

Wykres zależności temperatury od czasu dla wody przechodzącej przemiany fazowe

Na wykresie przedstawiono obserwowalne zmiany temperatury wody na skutek doprowadzanego doń ciepła.

Płaskie odcinki wykresu oznaczają okresy przemian fazowych wody. Podczas przemiany fazowej temperatura jest **stała**, dopóki jedna faza w całości nie „przejdzie” w inną, tj. dopóki cały lód o masie m w temperaturze topnienia /krzepnięcia / nie zmieni się w wodę o masie m o temperaturze krzepnięcia / topnienia/ lub w przypadku parowania - dopóki woda o masie m i temperaturze parowania/skraplania/ nie zmieni się w całości w parę nasyconą suchą o masie m i temperaturze parowania / skraplania/.

Uwaga!

- Para nasycona sucha to para o stopniu suchości $x=1$ oznacza stan przejściowy. W objętości zawartości pary nie ma frakcji ciekłej – „kropelek wody”. Całą objętość wypełnia tzw. para nasycona sucha.

- Jeśli tylko spróbujemy nieco obniżyć temperaturę, w objętości pojawią się kropelki wody.
 - Mieszanka pary nasyconej suchej i cieczy nasyconej stanowi tzw. parę nasyconą mokrą. Parametry, które posiada odpowiednio ciecz nasycona, lub para nasycona sucha są do odczytania w tabeli „**parametry określające stan wody na linii granicznej $x=0$ lub $x=1$** ”. Oznaczenia: indeks „prim” zarezerwowano dla cieczy nasyconej: i' , s' lub indeks „bis” - dla pary nasyconej suchej np.: i'' , s'' . Na wykresie i - s dla pary wodnej parametry te znajdują się odpowiednio na krzywej o stopniu suchości $x=0$ lub $x=1$. Pomiędzy krzywymi $x=0$ i $x=1$ znajduje się obszar określający parametry pary mokrej, czyli zawierającej w sobie frakcję ciekłą i gazową.
3. Ważną rolę w ćwiczeniu odgrywa stosunkowo dokładny pomiar temperatury w tzw. stanie ustalonym /można przyjąć że temperatura po upływie tego czasu nie zmienia się w o więcej niż np. $\pm 0,25$ K od temperatury ustalonej lub zadanej – wynika to głównie z dokładności odczytu temperatury /.
- W trakcie prowadzenia doświadczenia spotkamy się zawsze z temperaturą początkową oznaczaną jako t_{p1} , t_{p2} ; temperaturą ustaloną t_u identyczną dla czynników po tym jak wymienią się one ciepłem, temperaturą otoczenia t_o .
4. Wygodnie jest przed wykonaniem doświadczenia narysować wykres, na którym można wyodrębnić ciała oddające i pobierające ciepło.

II. Przykłady na bilansowanie ciepła

a/ Określenia wartości $(mc)_{sz}$

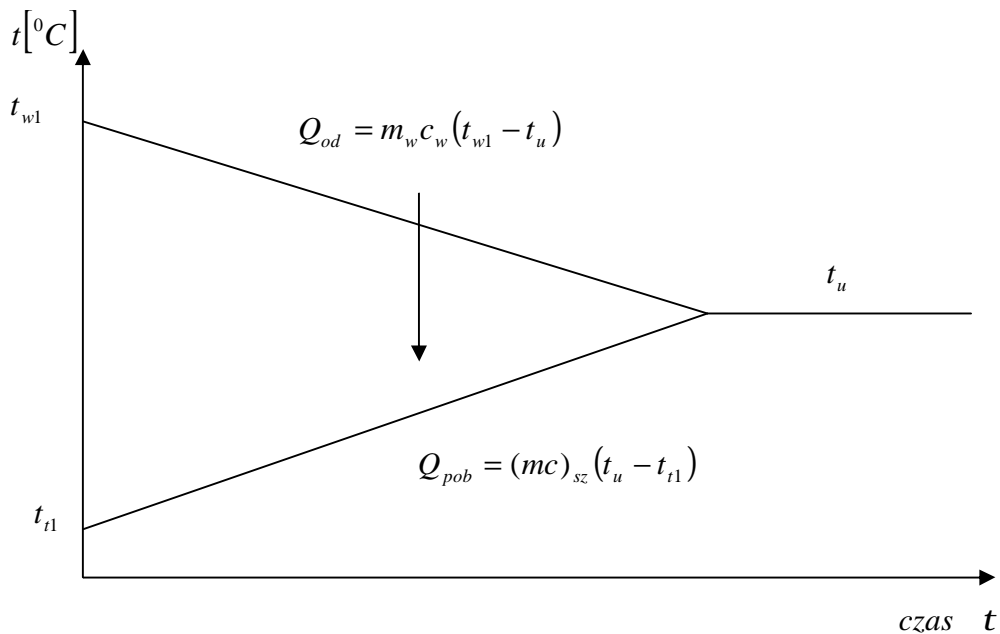
Nalanie wody do termosu w celu jego „wygrzania”.

Do termosu o masie m_{sz} i cieple właściwym materiału z którego wykonano termos c_{sz} , wlewamy określoną ilość wody o masie m_w i cieple właściwym c_w .

Określenie odpowiednich temperatur początkowych i temperatury ustalenia pozwoli na obliczeniu dla szkła iloczynu $m_{sz}c_{sz}=(mc)_{sz}$. Jest to istotne ze względu na konieczność wykorzystania tej danej do obliczenia ciepła oddanego przez wkład termosu w zasadniczym ćwiczeniu.

Wprawdzie można szacować ilość tego ciepła określając „na oko” masę zanurzonego w wodzie szkła. Nie jest to jednak dokładne. Dodatkowo jeśli wkład termosu zamiast ze szkła-izolatora zostanie wykonany z metalu (termosy próżniowe), to jest to niewykonalne. Ciepło „rozejdzie” się bowiem po całej masie wkładu.

Dane pomiarowe na które zwrócimy uwagę to temperatura początkowa wody gorącej wlewanej do termosu t_{w1} , temperatura otoczenia decydująca o temperaturze wkładu szklanego termosu $t_{t1}=t_o$ oraz temperatura po „wygrzaniu się termosu”, czyli temperatura ustalona, której wartość zmierzmy po ok. 5 min. Wykres zmian temperatur obydwu czynników w czasie, który powinien ułatwić nam określenie strumieni ciepła wymienianych między poszczególnymi częściami układu jest jak na rys.2.



Rys.2

Q_{od} ciepło oddane przez wodę

Q_{pob} ciepło pobrane przez termos podczas „wygrzewania” termosu.

t_{w1} temperatura początkowa wody

t_{t1} temperatura początkowa termosu

t_u temperatura ustalona

Zauważmy, że gdybyśmy chcieli dokładnie zapisać bilans cieplny przy wykorzystaniu umowy, że wartość ciepła pobieranego przez czynnik jest dodatnia (ciało zwiększa wtedy swoją temperaturę, entalpię i entropię), a wartość ciepła oddawanego przez czynnik jest ujemna (ciało zmniejsza swoją temperaturę i entropię) to :

$$Q_{pob} - Q_{od} - Q_{strat} = 0 \quad (1)$$

Co po uporządkowaniu daje

$$Q_{pob} = Q_{od} + Q_{strat} \quad (2)$$

Zakładamy, że straty są niemierzalne (np. z braku możliwości pomiarowych lub tak małe, że można je pominąć). Równanie powyższe upraszcza się wtedy do postaci :

$$Q_{pob} = Q_{od} \quad (3)$$

W naszym przypadku daje to: $Q_{od} = m_w c_w (t_{w1} - t_u) = Q_{pob} = (mc)_{sz} (t_u - t_{t1})$. (4)

Stąd łatwo określić, że : $(mc)_{sz} = \frac{m_w c_w (t_{w1} - t_u)}{(t_u - t_{t1})} = const$. (5)

Ostatnia wyliczona wartość $(mc)_{sz} = const$ podana w postaci liczbowej o wymiarze $\frac{J}{K}$ i jest stałą w danych warunkach i dla danego wkładu termosu. Zostanie ona wykorzystana w dalszej części doświadczenia.

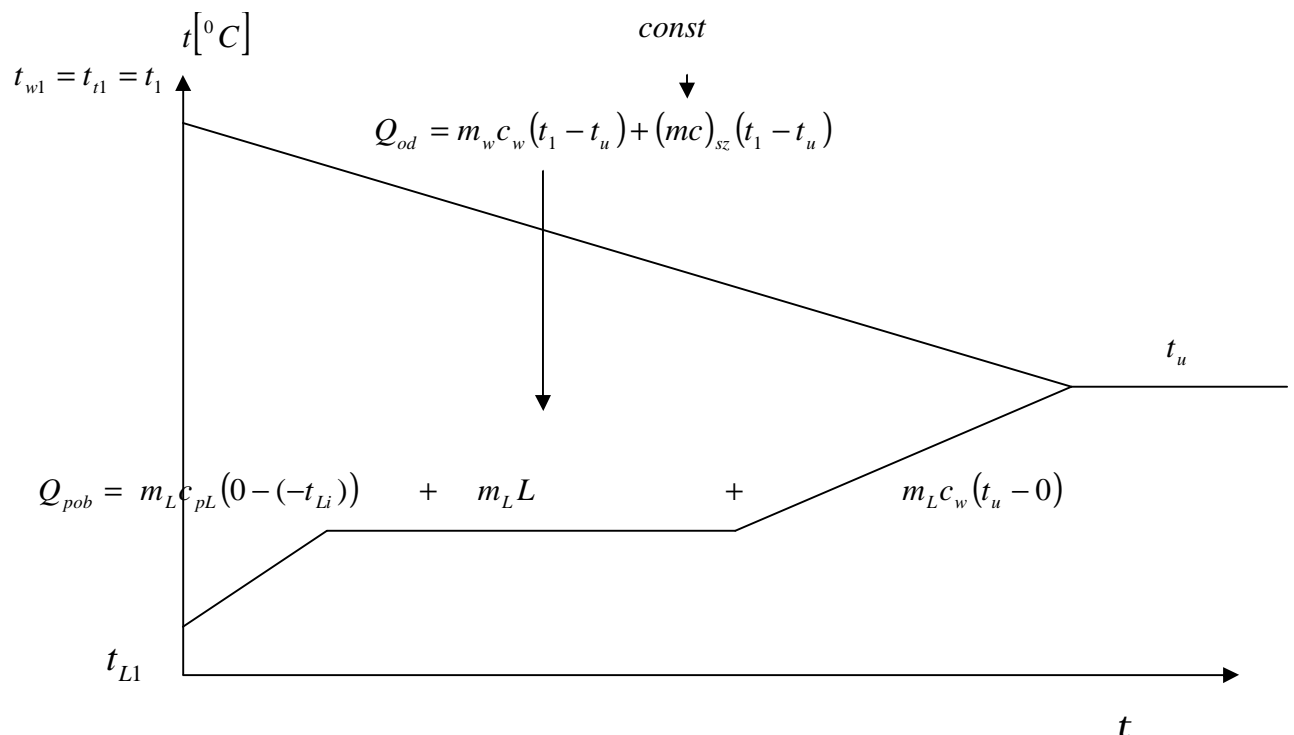
b/ Obliczenie ciepła właściwego lodu c_{pL} i ciepła topnienia lodu L .

Wrzucenie kostek lodu do wygrzanego termosu z wodą.

Przeprowadzamy analogiczne rozumowanie z tym, że teraz temperatura po wygrzaniu termosu jest temperaturą początkową zarówno wody w termosie, jak i samego termosu / termos ogrzał się ciepłem pobranym od wody w procesie opisanym w punkcie a/. Temperatura ustalona jest temperaturą, którą otrzymamy po wrzuceniu lodu i odczekaniu co najmniej kilkunastu minut. Narysujmy wykres zmian temperatury w czasie dla poszczególnych ciał. Na wykresie można określić kierunek przepływu ciepła. Równanie bilansowe jest zgodnie w postaci:

$$m_w c_w (t_1 - t_u) + (mc)_{sz} (t_1 - t_u) = m_L c_{pL} (0 - (-t_{Li})) + m_L L + m_L c_w (t_u - 0) \quad i=1,2 \quad (6)$$

Ponieważ wielkościami szukanymi są dwie wielkości tj. ciepło właściwe lodu i ciepło topnienia, musimy mieć możliwość dwukrotnego wykonania ćwiczenia. Z otrzymanego układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi: c_{pL} i L wyliczamy ich wartości. Rys.3.



Rys.3

t_1 temperatura początkowa termosu i wody

t_{Li} temperatura początkowa lodu „ciepłego i zimnego” $i=1,2$

III. Opis doświadczenia

a) Określamy wartość $(mc)_{sz}$ termosów

1. Wodę podgrzewamy w czajniku elektrycznym od temperatury otoczenia do $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ (z uwagi na BHP), wlewamy ostrożnie do 2-ch menzurek z tworzywa sztucznego po 300 ml wody.
2. Mieszając menzurkami doprowadzamy do stanu ustalonej temperatury wody z menzurką, następnie mierzymy termometrem temperaturę wody.
3. Przygotowane na stanowisku pomiarowym 2-a termosy są w stanie ustalonym i ich temperaturą początkową jest temperatura otoczenia.
4. Wlewamy wodę z menzurek do termosów zakrywamy wieczkami i co jakiś czas poruszamy nimi ruchem obrotowym na stole celem szybszej wymiany ciepła pomiędzy wodą a szkłem termosu (czas ustalenia się temperatury około 15 min).
5. Odkrywamy wieczko i mierzymy temperaturę wody i szkła termosu.

b) Wyznaczamy ciepło właściwe lodu c_{pL} i ciepło topienia L

1. Do przygotowanych tak termosów wrzucamy po kostce lodu ($m_L = 120\text{ g}$), do termosu A kostka z zamrażarki, do termosu B kostka z zamrażalnika chłodziarki.
2. Przed wzięciem kostek notujemy ich temperaturę mierzoną czujnikami oporowymi Pt100, odczytując na omomierzu wielkość oporu czujnika w omach. Następnie z tabeli aproksymując wyznaczamy temperaturę w stopniach Celsjusza z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.
3. W czasie ustalania się temperatury końcowej, systematycznie poruszamy termosami ruchem obrotowym, po około 10 – 15 min w zależności od temperatury początkowej termosu otwieramy wieczko termosu i mierzymy termometrem termoparowym temperaturę końcową.
4. Następnie należy wylać wodę z termosów, wytrzeć je i pozostawić na stole nie zakryte.

IV. Rachunek błędów

1. Maksymalny błąd bezwzględny metody pomiarowej

Przypuśćmy, że funkcja y jest funkcją jednej zmiennej, czyli $y = f(x)$. Jeśli chcielibyśmy określić wartość tej funkcji w punkcie $(x+dx)$ to zaszłaby zależność: $y + dy = f(x + dx)$.

Prawą stronę ostatniego równania rozwijamy w szereg Taylora i otrzymujemy w ten sposób równanie: $y + dy = f(x) + dx * f'(x) + \frac{(dx)^2}{2} f''(x) + \frac{(dx)^3}{2*3} f'''(x) + \frac{(dx)^4}{2*3*4} f^{IV}(x) + \dots$

Z prawej strony równania zostawiamy jedynie pierwsze dwa człony, ponieważ następne składniki są tak małe, że można je pominąć. Z równania $y + dy = f(x) + dx * f'(x)$ wynika, że jeśli $y = f(x)$, to $dy = dx * f'(x)$, co zgadza się z definicją pochodnej. Jeśli do ostatniego

równania wprowadzi się zamiast dx, dy wielkości błędów pomiaru $\Delta x, \Delta y$ i skorzystamy z

tego, że: $f'(x) = \frac{dy}{dx}$
to otrzymamy wzór:

$$\Delta y = \Delta x * \frac{dy}{dx} \quad (7)$$

Wzór ostatni informuje nas o tym, że błąd bezwzględny pomiaru wielkości y zależnej od jednej tylko zmiennej jest równy wielkości błędu tej zmiennej niezależnej pomnożonej przez pochodną zmiennej y względem x . Rozważania można uogólnić. Udowodnia się, że dla funkcji wielu zmiennych $y = f(x_1, x_2, \dots)$ maksymalny błąd bezwzględny związany z zastosowaną metodą pomiarową wyniesie:

$$\Delta y = \pm \left[\left| \frac{\partial f}{\partial x_1} * \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} * \Delta x_2 \right| + \dots \right]. \quad (8)$$

2. Maksymalny błąd względny metody pomiarowej

Uwzględniając, że:

$$\frac{dy}{y} = d \ln f(x) \cong \frac{\Delta y}{y} = \delta \quad (9)$$

$$\delta = \pm d \ln F(x, u, w \dots) \quad (10)$$

Maksymalny błąd względny funkcji $y = \frac{axw}{z}$ oblicza się tak, że logarytmuje się obie strony równania. Wtedy:

$$\ln y = \ln a + \ln x + \ln w - \ln z$$

$$d \ln y = \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x} + \frac{dw}{w} - \frac{dz}{z}$$

$$d = \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta w}{w} + \frac{\Delta z}{z} \quad (11)$$

Sumując. Aby znaleźć maksymalny względny błąd pomiaru należy zróżniczkować logarytm naturalny funkcji, która przedstawia zależność wielkości badanej od parametrów wpływających na wielkość badaną.

3. Przykład

Ciepło właściwe ciała c zmierzone metodą kalorymetryczną, można wyznaczyć ze wzoru:

$$c = \frac{m_w(t_{pw} - t_u)}{m_c(t_u - t_{pc})} \quad (12)$$

Gdzie: m_w - masa wody kalorymetrycznej, t_u temperatura końcowa wspólna dla całego układu, tzw. temperatura ustalona, t_{pw} - temperatura początkowa wody, m_c - masa badanego, t_{pc} temperatura początkowa ciała.

Przykładowe wartości danych doświadczalnych uwzględniające dokładności przyrządów które użyto w doświadczeniu dla badanego ciała jakim jest np. aluminium są następujące:

$$t_{pw} = (70 \pm 0,02)C, t_{pc} = (18 \pm 0,02)C, m_c = (467 \pm 1)g, m_w = (300 \pm 1)g, t_u = (62 \pm 0,02)C$$

Uwaga!

Dokładność pomiarowa różnic pomiarów np. sumuje się :

$$\Delta(t_u - t_{pc}) = 0,02 + 0,02 = 0,04K$$

3.1 Procedura obliczania błędu bezwzględnego:

1. Znajdujemy pochodne cząstkowe różnice traktując jak zmienne :

$$\begin{aligned} \Delta c &= \pm \left(\frac{(t_{pw} - t_u)}{m_c(t_u - t_{pc})} \Delta m_w + \frac{m_w}{m_c(t_u - t_{pc})} \Delta(t_{pw} - t_u) + \frac{m_w(t_{pw} - t_u)}{m_c^2(t_u - t_{pc})} \right. \\ &\quad \left. + \frac{m_w(t_{pw} - t_u)}{m_c(t_u - t_{pc})^2} \Delta(t_u - t_{pc}) \right) = \\ &= \pm \left(\frac{8 * 44}{467} * 1 + \frac{300}{467 * 44} * 0,04 + \frac{300}{467 * 467 * 44} * 1 + \frac{300 * 8}{467 * 44 * 44} \right. \\ &\quad \left. * 0,02 \right) = \pm (0,754 + 0,0006 + 0,00003 + 0,00005) = \pm 0,754 \end{aligned}$$

3.2 Procedura obliczenia błędu względnego :

1. Logarytmujemy wyrażenie :

$$\ln c = \ln(m_w) + \ln(t_{pw} - t_u) - \ln(m_c) - \ln(t_u - t_{pc})$$

2. Różniczkujemy obie strony powyższego równania

3. Ze względu na to, że interesuje nas błąd maksymalny, zastępujemy znaki odejmowania znakami dodawania

4. W miejsce różniczek wstawiamy znak przyrostu Δ , który tu jest dokładnością wykonania pomiaru.

5. Ostatecznie jest :

$$\delta_c = \pm \left[\frac{\Delta m_c}{m_c} + \frac{\Delta(t_{pw} - t_u)}{(t_{pw} - t_u)} + \frac{\Delta m_w}{m_w} + \frac{\Delta(t_u - t_{pc})}{(t_u - t_{pc})} \right] = \pm \left[\frac{1}{467} + \frac{0,04}{8} + \frac{1}{300} + \frac{0,04}{44} \right] = \pm [0,0021 + 0,005 + 0,0033 + 0,0009] = \pm 0,0113 = \pm 1,13\%$$

Proszę zauważyć, że w zależności od wartości poszczególnych wielkości błędy względne mogą osiągać stosunkowo duże wartości. Przykład ten powinien uwrażliwić na sposób

dokonywania pomiaru temperatury . W tym wypadku jest on stosunkowo największy dla $\frac{\Delta(t_{pw}-t_u)}{(t_{pw}-t_u)}$ i wynosi 0,5%.

V. Opracowanie wyników

1. Sporządzić wykres $t = f(t)$ dla ciał biorących udział w procesie.
2. Sporządzić bilans cieplny dla w celu wyznaczenia stałej $(mc)_{sz}$ dla obu termosów
3. Obliczyć wartość ciepła właściwego lodu i ciepła topnienia lodu
4. podstawie sporządzonego bilansu cieplnego odpowiednio: c_{pL} i L (Rozwiązujemy układ równań z dwiema niewiadomymi (ciepło właściwe i ciepło topnienia lodu) dla dwóch wartości temperatury lodu).
5. Obliczyć błąd względny i błąd bezwzględny metody pomiaru dla wyznaczonych tą metodą wielkości, wyznaczyć błąd względny wyznaczonej wartości ciepła właściwego lodu i jego ciepła topnienia.

VI. Pytania

1. Co to jest bilans cieplny i jak się go sporządza?
2. Czy pęcherzyki powietrza zawarte w lodzie wpływają istotnie na uzyskany wynik?
3. Co to jest ciepło topnienia i zamarzania lodu?
4. Narysuj i objaśnij wykres T-p przemian fazowych dla wody?
5. Co to jest punkt potrójny i krytyczny dla wody , podaj ich parametry?
6. Czy temperatura krzepnięcia i topnienia są takie same , jeśli tak to dlaczego, co to jest równowaga dynamiczna?
7. Czy objętości właściwe lodu i wody są takie same, jakie mogą być przypadki szczególne?